

ENTRETIEN AVEC UN OPTIMISTE, S.S. CHERN

La Gazette des Mathématiciens 48 (avril 1991)

En juillet 1990, s'est tenu sur le campus d'U.C.L.A. le Summer Institute de l'American Mathematical Society. Son thème : la Géométrie Différentielle. Dans ce cadre s'est déroulée le 14 juillet une réunion en hommage au Professeur Shiing-Shen Chern à l'approche de ses 80 ans, réunion qui a rassemblé la plupart de ses disciples, élèves et amis. A cette occasion, Henri Cartan lui a fait remettre des copies des premières lettres que S.S. Chern avaient adressées à son père, Élie Cartan.

Dans les jours qui ont suivi, S.S. Chern a bien voulu donner l'interview dont vous trouvez de très larges extraits ci-dessous. Je tiens à le remercier vivement pour le temps qu'il a bien voulu y consacrer. Que soient aussi remerciés Anthony Phillips pour la prise de son... et de vue, et Hélène Demazure pour la transcription et la traduction.

Jean Pierre Bourguignon

J.P.B. : Lors de la petite fête de l'autre jour, nous avons entendu nombre de mathématiciens expliquer comment vos conseils et votre exemple les avaient inspirés à différents moments de leur carrière. Y a-t-il des scientifiques qui vous ont influencé de manière similaire durant votre jeunesse ?

S.S. Chern : J'ai fréquenté une petite université en Chine qui avait, toutes sections réunies, 300 élèves. Mon père m'y avait envoyé car il pensait que je devais avoir une éducation universitaire. Je n'avais aucune idée de ce que j'allais faire ensuite. Mon attirance pour les Mathématiques m'a fait choisir des études scientifiques. Je me suis inscrit en Faculté de Sciences et, bientôt, mon inaptitude pour les travaux expérimentaux m'a naturellement fait choisir les Mathématiques. Le département de Mathématiques n'avait qu'un seul professeur, diplômé de Harvard. C'était un excellent enseignant et j'ai suivi nombre de ses cours, depuis le Calcul Différentiel et Intégral et l'Algèbre Linéaire jusqu'à des cours plus avancés. Il s'appelait Chiang. Il avait passé sa thèse à Harvard avec Julian Coolidge. Il m'a beaucoup influencé. Dès le début, ma tendance naturelle a été de faire des choses qui n'étaient pas forcément à la mode, et, en 1932, il se trouve que Wilhelm Blaschke est venu en Chine et que j'ai assisté à ses conférences.

J.P.B. : A votre université ?

S.S. Chern : Non, à Beijing. En 1934, j'ai obtenu une bourse pour les États-Unis, mais j'ai demandé à aller en Europe à Hambourg pour étudier avec Blaschke. Je n'ai pas assisté à beaucoup de ses cours, car à cette époque il était souvent en voyage mais, après ma thèse en 1936, ce fut lui qui me conseilla d'aller étudier avec Élie Cartan, et de 1936 à 1937 j'étais à Paris.

Angleterre est la possibilité d'avoir un soutien financier. Il y a plus d'étudiants qui vont aux États-Unis car il est relativement facile pour un bon mathématicien d'y obtenir une bourse.

J.P.B. : Vous ne voyez donc aucune raison d'ordre scientifique pour ne pas aller en Europe aujourd'hui ?

S.S. Chern : Non. Je crois qu'il y a toujours un certain nombre de mathématiciens chinois qui se rendent en Europe. Le nombre de Chinois qui vont étudier aux États-Unis est, il est vrai, beaucoup plus important. Par exemple, j'ai entendu dire qu'il y a environ 2.000 étudiants chinois qui ont obtenu ou qui préparent leur(s) thèse(s) en Mathématiques. C'est un nombre énorme.

J.P.B. : Parlons maintenant de vos contributions aux Mathématiques. Permettez-moi d'en isoler une, à savoir votre travail sur les classes caractéristiques. Quand avez-vous réalisé que vous aviez mis la main sur un phénomène très important ?

S.S. Chern : Oh, dès le début. Voyez-vous, tout a commencé avec ma démonstration de la formule de Gauss-Bonnet. Cette année-là, en 1943, je suis allé à Princeton à l'Institute for Advanced Study. J'y ai rencontré André Weil. Il venait de finir son article avec Allendoerfer sur la formule de Gauss-Bonnet, et leur manière de découper la variété riemannienne en variétés à bords, de les recoller et ainsi de suite. André me demanda "pourquoi ne pourrait-il y avoir une démonstration directe ?" J'ai donc naturellement étudié le cas le plus simple, celui d'une surface, et je me suis rendu compte que, dans ce cas, la démonstration est donnée par la formule de transgression.

J.P.B. : En montant dans le fibré des repères ?

S.S. Chern : Oui, et cette formule de transgression contient non seulement la démonstration de la formule de Gauss-Bonnet pour les surfaces à bords, mais aussi la démonstration du Theorema Egregium de Gauss. Tout est dans cette seule formule. J'étais très satisfait d'avoir découvert cela car même dans le cas d'une variété de dimension 2, une surface, c'est quelque chose que des gens comme Gauss et Darboux n'avaient pas. L'attention fut appelée sur le cas de dimension plus grande par Heinz Hopf qui a mentionné dans un article de synthèse intitulé "Differentialgeometrie und Topologische Gestalt" et publié dans les Jahresberichte der Deutschen Mathematiker Vereinigung qu'il s'agissait là d'un des problèmes les plus importants et les plus difficiles de la Géométrie Différentielle. Dans ce cas, on a besoin de transgresser dans le fibré des vecteurs de longueur un, et plus dans le fibré des repères. Il m'a fallu un certain temps pour bien maîtriser cela. Puis naturellement, si on fait quelque chose pour la classe d'Euler, on cherche à le faire aussi pour les classes de Stiefel-Whitney. J'ai eu des difficultés avec la torsion, i.e. les classes d'homologie dont un multiple borde. Je me suis assez vite rendu compte qu'il fallait complexifier la situation ; dès lors, les choses devenaient beaucoup plus simples. Il faut noter qu'à cette époque l'atmosphère de Princeton était dominée par la Topologie ; on ne parlait pas de chaînes mais de cohomologie relative. Il a fallu du temps pour que les classes caractéristiques complexes

ce passage. Il faut savoir conserver les choses importantes et ignorer celles qui ne le sont pas. Cela demande du travail et beaucoup de perspicacité.

J.P.B. : La Géométrie Différentielle est une branche qui appartient à une grande tradition des Mathématiques, mais qui s'était progressivement marginalisée. Ces vingt dernières années, elle est redevenue beaucoup plus centrale et de nombreuses autres branches des Mathématiques ont commencé à s'y intéresser. Que pensez-vous de cette situation de la Géométrie se trouvant à nouveau sur le devant de la scène ?

S.S. Chern : Dans le développement historique des Mathématiques, la Géométrie Différentielle, ou plutôt la théorie des courbes et des surfaces, consistait en l'application du Calcul Différentiel et Intégral à la Géométrie. C'était d'ailleurs le titre d'un cours dans beaucoup d'universités européennes, même encore lorsque j'étais étudiant. Le thème central des Mathématiques du XIX^{ème} siècle était de nature analytique, il s'agissait de comprendre l'infini. Gauss et Riemann ont fait de la Géométrie Différentielle un sujet autonome qu'on ne pouvait pas négliger. Je pense que c'est Einstein qui a fait de la Géométrie Différentielle un domaine central des Mathématiques. Cette liaison avec la Physique Théorique s'est considérablement renforcée avec les Théories de Jauge et la Théorie Quantique des Champs. Quand les Mathématiques partent à la conquête des grandes dimensions, la Géométrie Différentielle devient indispensable. Un exemple est donné par la Théorie des fonctions complexes. En une variable on joue beaucoup avec le disque. En dimension plus grande, il n'y a plus de forme normale analogue, et la Géométrie Différentielle devient fondamentale.

J.P.B. : Pensez-vous que ce sont les progrès de la Géométrie Différentielle elle-même qui ont rendu ce mouvement vers le devant de la scène possible ou bien est-il complètement indépendant ? Le fait par exemple qu'on connaisse bien mieux les implications de propriétés locales sur la forme globale des variétés a-t-il influencé ce mouvement ?

S.S. Chern : Je pense que l'un des développements les plus importants est le développement de la Théorie des espaces fibrés, car pendant longtemps en Mathématiques on a eu d'un côté des espaces très généraux, et de l'autre des types d'espaces spéciaux, comme les espaces vectoriels euclidiens, non-euclidiens ou munis d'autres structures simples. Les espaces fibrés combinent les deux, de telle sorte que les propriétés des fibres restent simples alors que les espaces de base peuvent être très généraux. Les classes caractéristiques sont significatives parce que ce sont des invariants réels qui dans ce cadre rendent compte à la fois des propriétés globales et des propriétés locales. Aussi en jouant avec les deux, on obtient certains développements parmi les plus riches d'enseignement.

J.P.B. : Et comment voyez-vous le rôle de la Géométrie Différentielle dans le futur ?

S.S. Chern : Je crois que nous sommes seulement au début d'un développement fantastique. J'ai mentionné les variétés stratifiées et les variétés de dimension

peut remarquer chez les jeunes un certain désintérêt pour les études scientifiques, notamment les études de Mathématiques. Voyez-vous une explication à cette situation ?

S.S. Chern : Je crois que les raisons en sont évidentes. Les Mathématiques demandent beaucoup de travail, beaucoup de temps et il n'est pas évident qu'on puisse réussir, même après des années de travail et de dévouement. Il y a un certain risque. Les risques qu'on prend et les efforts qu'on fait ne sont pas à la mesure des récompenses. Il est donc parfaitement naturel qu'on ne puisse attirer tant de mathématiciens. Mais il me semble que la discipline est si intéressante et si importante que la situation va évoluer.

J.P.B. : Vous ne voyez donc pas de remèdes immédiats ? Il y a actuellement une forte demande de mathématiciens dans divers secteurs de la société, non seulement dans l'enseignement, mais aussi dans l'industrie, etc.

S.S. Chern : Oui, les Mathématiques en tant que profession ont changé, ce qui ne rend sans doute pas la vie d'un mathématicien plus facile. Jadis, on faisait quelque chose, on avait quelques amis, on écrivait des articles, on communiquait par lettre. C'était pour moi un mode de vie très agréable.

J.P.B. : Quelle est à votre avis la meilleure façon de faire connaître les Mathématiques aux jeunes et de les éduquer sans les décourager ? Quelle est selon vous la bonne manière que les jeunes entrent en contact avec les Mathématiques ?

S.S. Chern : Je ne sais pas. Comme je l'ai dit, j'ai une philosophie différente. Je n'essaie pas de faire de la propagande, d'attirer les gens aux Mathématiques. Je crois que ceux qui sont prêts à faire des efforts doivent y venir de leur plein gré. S'ils ne font rien, si d'autres activités leur semblent plus payantes, ou du moins plus intéressantes, personnellement je les laisserais faire. Je ne pense pas qu'il y aura pénurie de mathématiciens. C'est mon opinion. Je crois que c'est mon point de vue chinois : si possible, ne rien faire. Laisser aller.

J.P.B. : J'aimerais en venir à une question concernant directement la Chine et vos activités dans ce pays. Vous avez notamment beaucoup contribué à la création d'un nouvel Institut de Mathématiques à l'Université Nankai de Tientsin (dans lequel une branche pour la Physique Théorique est en train d'ouvrir). Ces dix dernières années on a pu remarquer une intensification remarquable des relations scientifiques entre la Chine et le reste du monde. Les événements de l'année dernière ont virtuellement arrêté ces relations. Comment voyez-vous l'évolution de ces relations dans le futur ?

S.S. Chern : Je pense que les gens ont une tendance à identifier la Chine à leurs idéaux, bons ou mauvais, ce qui amplifie les fluctuations que vous mentionnez. La Chine est un vieux pays, et ce n'est pas l'Ouest. Certaines de ses traditions, comme le mode de vie confucéen, ont persisté sous l'occupation japonaise et le communisme. Il se peut que la règle d'"un enfant par famille" ait un effet profond, mais il faut encore attendre pour voir. Les événements de